

# H 1 数 学

この冊子は、数学の問題で1ページより9ページまであります。

## [注 意]

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 受験番号等記入の指示があったら、直ちに解答用紙に志望学科・受験番号を記入しなさい。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものが採点されます。  
万が一、解答スペースが不足した場合は、解答用紙の裏面に記入しなさい。その場合、解答が裏面に続くことを表面解答欄に明記するとともに、裏面に記入した解答には、その解答がどの問題のものであるか明記しなさい。
- (4) 解答過程も採点対象となります。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

**1**  $a_0 > 0, b_0 > 0$  として  $O(0, 0), P_0(a_0, 0), Q_0(a_0, b_0)$  を頂点とする  $\triangle OP_0Q_0$  において、辺  $OP_0, OQ_0, P_0Q_0$  上にそれぞれ  $P_1, Q_1, R_1$  をとり、四角形  $P_0P_1Q_1R_1$  が正方形になるようにする。そのとき、点  $Q_1$  の座標を  $(a_1, b_1)$ 、正方形  $P_0P_1Q_1R_1$  の面積を  $S_1$  とおく。

次に  $\triangle OP_1Q_1$  において辺  $OP_1, OQ_1, P_1Q_1$  上にそれぞれ  $P_2, Q_2, R_2$  をとり、四角形  $P_1P_2Q_2R_2$  が正方形になるようにする。そのとき、点  $Q_2$  の座標を  $(a_2, b_2)$ 、正方形  $P_1P_2Q_2R_2$  の面積を  $S_2$  とおく。

これを繰り返して、正方形  $P_{k-1}P_kQ_kR_k$  を作り、点  $Q_k$  の座標を  $(a_k, b_k)$ 、正方形  $P_{k-1}P_kQ_kR_k$  の面積を  $S_k$  とおく。ただし  $k = 1, 2, \dots$  である。このとき、以下の問いに答えなさい。

(1) 正方形  $P_0P_1Q_1R_1$  の一辺の長さを  $a_0, b_0$  を用いて表しなさい。

(2)  $a_k, b_k$  をそれぞれ  $k, a_0, b_0$  を用いて表しなさい。

(3)  $S_1 + S_2$  を  $a_0, b_0$  を用いて表しなさい。

(4)  $\sum_{k=1}^N S_k$  を  $a_0, b_0$  を用いて表しなさい。

(5)  $\sum_{k=1}^{\infty} S_k$  を  $a_0, b_0$  を用いて表しなさい。

(問題は次ページに続く)

**2**  $k$  を正の実数として  $f(x) = e^{-kx}$  とおく。曲線  $C: y = f(x)$  において、 $x_0 = 0$  とし、 $n = 0, 1, 2, \dots$  に対して  $C$  上の点  $(x_n, f(x_n))$  における接線を  $l_{n+1}, l_{n+1}$  と  $x$  軸との交点の  $x$  座標を  $x_{n+1}$  として数列  $\{x_n\}$  を定義する。このとき以下の問いに答えなさい。

- (1)  $l_1$  の方程式を求めなさい。
- (2)  $x_1$  を求めなさい。
- (3)  $x_2$  を求めなさい。
- (4)  $x_{n+1}$  を  $x_n$  を用いて表しなさい。
- (5) 一般項  $x_n$  を  $n$  を用いて表しなさい。

(問題は次ページに続く)

**3** 以下の問いに答えなさい。ただし  $m, n$  は正の整数とする。

(1) 定積分  $\int_{-\pi}^{\pi} \cos mx dx$  を求めなさい。

(2) 定積分  $\int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 mx dx$  を求めなさい。

(3)  $m \neq n$  のとき、定積分  $\int_{-\pi}^{\pi} \cos mx \cos nx dx$  を求めなさい。

(4) 定積分  $\int_{-\pi}^{\pi} (1 + \cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x + \cos 5x)^2 dx$  を求めなさい。

(問題は次ページに続く)

**4** 赤玉 3 個, 黒玉 4 個, 白玉 5 個が入っている箱から, 玉を同時に 4 個取り出すとき, 以下の問いに答えなさい。

- (1) 取り出した玉がすべて白玉である確率を求めなさい。
- (2) 取り出した玉の色が少なくとも 2 種類である確率を求めなさい。
- (3) 取り出した玉の色が 3 種類である確率を求めなさい。
- (4) 取り出した玉に赤玉が少なくとも 2 個含まれている確率を求めなさい。



(問題は次ページに続く)

**5** 放物線  $y = 2x^2 + 1$  を  $C$  とする。また  $a$  を 0 でない定数とし、直線  $y = ax + 2$  を  $l$  とする。このとき、以下の問いに答えなさい。

- (1)  $l$  に関して対称な位置にある、 $C$  上の異なる 2 点  $P, Q$  の存在を仮定する。 $P, Q$  の  $x$  座標をそれぞれ  $p, q$  とするとき  $P, Q$  の中点  $M$  が  $l$  上にあることを表す式を求めなさい。また、直線  $PQ$  と  $l$  が直交することを表す式を求めなさい。
- (2)  $l$  に関して対称な位置にある、 $C$  上の異なる 2 点が存在するような  $a$  の値の範囲を求めなさい。