

C1 数 学

この冊子は、数学の問題で1ページより9ページまであります。

[注 意]

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 受験番号等記入の指示があったら、直ちに解答用紙に志望学科・受験番号を記入しなさい。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものが採点されます。
- (4) 解答過程も採点対象となります。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認しなさい。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰りなさい。

1 以下の問いに答えよ。

(1) $f(X) = \int_0^X xe^{-x^2} dx$ を求めよ。

(2) $\lim_{X \rightarrow +\infty} f(X)$ を求めよ。

(3) $g(X) = \int_0^X x^3 e^{-x^2} dx$ を求めよ。

(4) $\lim_{X \rightarrow +\infty} g(X)$ を求めよ。ただし、必要であれば $\lim_{t \rightarrow +\infty} te^{-t} = 0$ を用いてよい。

(問題は次ページに続く)

2 座標平面上に3点 $A(0, 3a)$, $B\left(0, \frac{a}{3}\right)$, $P(x, 0)$ をとり, $\angle OPA = \alpha$, $\angle OPB = \beta$, $\angle APB = \theta$ とおく。ただし a は正の定数で, $x > 0$ とする。このとき, 以下の問いに答えよ。

(1) $\tan \alpha$ を a, x で表せ。

(2) $\tan \beta$ を a, x で表せ。

(3) $\tan \theta$ を a, x で表せ。

(4) 点 P が x 軸上を動くとき, θ が最大となる点 P の座標, およびそのときの $\tan \theta$ の値を求めよ。

(問題は次ページに続く)

3 曲線 $C: x = \sin t, y = \sin 2t$ ($0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$) について以下の問いに答えよ。

(1) y を x の式で表せ。

(2) 曲線 C と x 軸とで囲まれる部分の面積を求めよ。

(3) 曲線 C を x 軸のまわりに回転させてできる立体の体積を求めよ。

(問題は次ページに続く)

4 n を 3 以上の整数とする。1 から n までの番号を 1 つずつ書いた n 個のボールを箱の中に入れ、無作為に 3 個のボールを取り出し、取り出したボールのうちの最も大きい番号を得点とするゲームを考える。得点が K となる確率を P_K とするとき、以下の問いに答えよ。

(1) P_1, P_2, P_3 を求めよ。

(2) k が $3 \leq k \leq n$ とするとき P_k を求めよ。

(3) 得点が j 以下となる確率を求めよ。ただし j は n 以下の自然数とする。

(4) 得点 n が得られるまで何回もゲームを繰り返す。ただし、取り出したボールは毎回箱の中に戻す。このとき、ゲーム回数が m 以下になる確率 Q_m を求めよ。

(5) (4) の Q_m について $m = n$ としたとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} Q_n$ を求めよ。

(問題は次ページに続く)

5 3点 $A(0, 1, 0)$, $B(0, 0, 1)$, $P(x, y, z)$ ($x > 0$) があり, O を原点とするとき, 以下の問いに答えよ。

(1) $\triangle PAB$ の面積を求めよ。

(2) x と実数 t を固定する。 $y + z = t$ であるとき, $\triangle POA$, $\triangle POB$ の面積の和が最小となる y, z を t を用いて表せ。

(3) 4面体 $POAB$ の体積が $\frac{1}{6}$ となる範囲を動くとき, 4つの面積の総和が最小となるときの x, y, z の値を求めよ。